Lo scolapasta

area del cerchio

Uno scolapasta ha 145 fori circolari del diametro di 3 millimetri ciascuno. Quanta superficie totale risulta forata?

Analisi

Lo scolapasta è fatto in modo da far uscire l'acqua molo velocemete, senza far uscire la pasta. Per questo motivo, anzichè avere un unica via di uscita vengono creati tanti piccoli fori. Per risolvere il problema basterà calcolare l'area di ogni foro e moltiplicarla per il numero dei fori.

Svolgimento

Anche se la superficie totale risulterà sicuramente piuttosto piccola, conviene comunque trasformare subito la misura disponibile in metri.

$$d = 3\ \text{mm} = \frac{3}{1000} = 0{,}003\ \text{m}$$

Calcoliamo l'area di ogni foro, senza dimentiare che il raggio è la metà del diametro.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{0{,}003}{2} = 0{,}0015\ \text{m}$$

$$A = r^2 \cdot \pi = 0{,}0015^2 \cdot 3{,}14 = 0{,}00000225 \cdot 3{,}14 = 0{,}000007065\ \text{m}^2$$

Infine, otteniamo la superficie totale.

$$A_{tot} = A \cdot n_{fori} = 0{,}000007065 \cdot 145 = 0{,}001024\ \text{m}^2$$

La superficie forata dello scolapasta misura in totale 0,001024 metri quadrati (più di dieci centimetri quadrati).

Il giardino

aree

Un giardino rettangolare lungo 15 metri e largo 17 metri ha al suo interno due pozzi circolari: uno più grande (diametro 3,5 metri) e uno più piccolo (diametro 90 centimetri). In più, un laghetto recintato occupa un'area di 54 metri quadrati. Quanta superficie del giardino rimane libera per giocare?

Analisi

La domanda lascia intendere che in questo giardino si può giocare dovunque, tranne che dove ci sono i pozzi ed il laghetto. Per cui, basterà calcolare l'area totale e poi sottrarre le aree dei pozzi e del laghetto.

Svolgimento

Per prima cosa individuiamo l'unica misura non ancora espressa nell'unità di misura fondamentale, il diametro del secondo pozzo.

$$d_2 = 90\ \text{cm} = \frac{90}{100} = 0{,}09\ \text{m}$$

Ora calcoliamo l'are totale del giardino rettangolare.

$$A_{tot} = 15 \cdot 17 = 255\ \text{m}^2$$

Adesso ci servono le superfici occupate dai due pozzi.

$$r_1 = 3{,}5/2 = 1{,}75\ \text{m} \qquad A_1 = r_1^2 \cdot \pi = 1{,}75^2 \cdot 3{,}14 = 3{,}063 \cdot 3{,}14 = 9{,}616\ \text{m}^2$$

$$r_2 = 0{,}9/2 = 0{,}45\ \text{m} \qquad A_2 = r_2^2 \cdot \pi = 0{,}45^2 \cdot 3{,}14 = 0{,}203 \cdot 3{,}14 = 0{,}636\ \text{m}^2$$

Avendo già a disposizione l'area del laghetto recintato, possiamo concludere calcolando l'area rimasta libera.

$$A_{libera} = A_{tot} - A_1 - A_2 - A_{laghetto} = 255 - 9{,}616 - 0{,}636 - 54 = 190{,}748\ \text{m}^2$$

Nel giardino rimane una superficie di quasi 191 metri quadrati libera per giocare.

Il mattone

volume del parallelepipedo

Una bacinella contiene acqua fino all'orlo. Al suo interno viene immerso un mattone che ha le seguenti misure: 38 cm, 16 cm e 9 cm. Quanti litri di acqua escono dalla bacinella?

Analisi

Questo problema molto semplice è stato formulato intenzionalmente in modo da sembrare complicato. A che mi servono le misure del mattone se mi si chiede di calcolare un volume di acqua? E quanti litri ci sono nella bacinella?

In realtà, ragionando un attimo, si capisce che essendo la bacinella piena fino all'orlo, il volume di acqua che uscirà sarà uguale al volume dell'oggetto immerso, per cui calcolando il volume del mattone (che ha la forma di un parallelepipedo) avremo risolto il problema.

Svolgimento

Trasformiamo in metri le misure che abbiamo a disposizione.

$$38\ \text{cm} = \frac{38}{100} = 0{,}38\ \text{m} \qquad 16\ \text{cm} = \frac{16}{100} = 0{,}16\ \text{m} \qquad 9\ \text{cm} = \frac{9}{100} = 0{,}09\ \text{m}$$

Il volume del parallelepipedo si calcola moltiplicando tra loro le tre misure:

$$V = 0{,}38 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}09 = 0{,}005472\ \text{m}^3$$

Infine, dato che è richiesto un volume in litri, bisogna ricordare che un litro corrisponde ad un decimetro cubo, per cui in ogni metro cubo ci sono mille litri.

$$V = 0{,}005472 \cdot 1000 = 5{,}472\ \text{l}$$

Immergendo il mattone, dalla bacinella fuoriescono quasi cinque litri e mezzo di acqua.

Il barile

volume del cilindro

Un barile cilindrico ha il diametro interno di 76 cm e l'altezza di 1,2 m. Qual'è la sua capienza? E se viene riempito di acqua solo per un'altezza di 8 cm, quanti litri vi sono stati versati?

Analisi

Il problema in pratica consiste nel calcolo del volume di due cilindri. Il primo è l'intero barile, il secondo è un cilindro di acqua con la stessa base del barile ma con altezza molto minore.

Svolgimento

Trasformiamo in metri il diametro del barile e l'altezza del livello di acqua.

$$d = 76\ \mathrm{cm} = \frac{76}{100} = 0{,}76\ \mathrm{m} \qquad h_2 = 8\ \mathrm{cm} = \frac{8}{100} = 0{,}08\ \mathrm{m}$$

Il volume del cilindro si calcola moltiplicando l'area della base per l'altezza. Dato che i due cilindri hanno la base in comune, calcoliamola una sola volta.

$$r = d/2 = 0{,}76/2 = 0{,}38\ \mathrm{m} \qquad A = r^2 \cdot \pi = 0{,}38^2 \cdot 3{,}14 = 0{,}1444 \cdot 3{,}14 = 0{,}4534\ \mathrm{m}^2$$

La capienza massima va calcolata usando l'altezza del barile.

$$V_1 = A \cdot h_1 = 0{,}4534 \cdot 1{,}2 = 0{,}5441\ \mathrm{m}^3$$

Il volume di acqua versata va invece calcolato con la misura del livello raggiunto.

$$V_2 = A \cdot h_2 = 0{,}4534 \cdot 0{,}08 = 0{,}0363\ \mathrm{m}^3$$

Infine, questo secondo volume va trasformato in litri.

$$V_2 = 0{,}0363 \cdot 1000 = 36{,}3\ \mathrm{l}$$

La capienza del barile è di 0,54 metri cubi; arrivando ad un livello di 8 centimetri, l'acqua all'interno del barile ha un volume di 36,3 litri.

La scatola

volumi

$$38\text{ cm} = \frac{38}{100} = 0{,}38\text{ m}$$

In una scatola di dimensioni 75 cm, 50 cm e 65 cm viene messa una palla sferica di diametro 48 cm. Quanti metri cubi rimangono liberi nella scatola?

Analisi

Le figure solide in questione solo due: un parallelepipedo e una sfera. Calcolando i loro due volumi, con una sottrazione trovereme il volume della scatola che non è occupato dalla palla.

Svolgimento

Trasformiamo in metri le misure che abbiamo a disposizione.

$$75\text{ cm} = \frac{75}{100} = 0{,}75\text{ m} \qquad 50\text{ cm} = \frac{50}{100} = 0{,}5\text{ m} \qquad 65\text{ cm} = \frac{65}{100} = 0{,}65\text{ m}$$

$$48\text{ cm} = \frac{48}{100} = 0{,}48\text{ m}$$

Calcoliamo per prima cosa il volume della scatola.

$$V_{scatola} = 0{,}75 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}65 = 0{,}2438\text{ m}^3$$

Poi, usando la formula della sfera, calcoliamo il volume dalla palla dopo averne ricavato il raggio.

$$r = d/2 = 0{,}48/2 = 0{,}24\text{ m}$$

$$V_{palla} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}24^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01382 = 0{,}0579\text{ m}^3$$

Concludiamo sottraendo il volume della palla a quello della scatola.

$$V_{libero} = V_{scatola} - V_{palla} = 0{,}2438 - 0{,}0579 = 0{,}1859\text{ m}^3$$

Nella scatola rimangono liberi 0,1859 metri cubi.