Il treno merci

moto rettilineo uniforme

Un treno merci attraversa un lungo ponte ad una velocità costante di 35 chilometri all'ora, impiegando un minuto e 24 secondi. Quanto è lungo il ponte?

Analisi

Dato che la velocità è costante e il treno segue una traiettoria definita dai binari, il problema è un caso di moto rettilineo uniforme. La lunghezza del ponte corrisponde allo spazio percorso dal treno. Abbiamo a disposizione la velocità e il tempo, anche se non sono espressi nella loro unità di misura fondamentale, per cui è difficile ricavare lo spazio.

Svolgimento

La legge del moto rettilineo uniforme che ci serve è:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t$$

Ricaviamo le informazioni che ci servono a partire dai dati che abbiamo:

$$v = 35 \text{ km/h} = \frac{35 \cdot 1000}{3600} = \frac{35}{3,6} = 9,72 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 1 ' 24 '' = 1 \cdot 60 + 24 = 84 \text{ s}$$

Adesso possiamo ricavare lo spazio percorso:

$$\Delta s = 9,72 \cdot 84 = 816,67 \text{ m}$$

Il ponte attraversato dal treno è lungo 816,67 metri.

La tangenziale

moto rettilineo uniforme

Il professore di fisica, per venire a scuola, percorre in macchina 28 chilometri, di cui 5 in tangenziale; normalmente, in tangenziale viaggia tranquillamente a 90 chilometri all'ora, nella corsia dei camion. I suoi studenti lo prendono in giro, perché in tangenziale si potrebbe andare ai 130 chilometri orari, e il professore perde un sacco di tempo andando piano come una lumaca.
In realtà, quanto tempo perde il professore che guida piano?

Analisi

Per sapere quanto tempo perde il professore ad andare piano in tangenziale, bisogna calcolare i tempi di percorrenza dei cinque chilometri alle due velocità, e poi farne la differenza. Dato che la velocità sembra costante, utilizzeremo la legge oraria del moto rettilineo uniforme.
Per non sbagliare, conviene come sempre utilizzare le unità di misura fondamentali.

Svolgimento

Nel moto rettilineo uniforme, il tempo si calcola in questo modo:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

Applichiamola con le due velocità, dopo aver convertito i dati nell'unità fondamentale:

$$\Delta s = 5\ \text{km} = 5 \cdot 1000 = 5000\ \text{m}$$

$$v_{130} = 130\ \text{km/h} = \frac{130 \cdot 1000}{3600} = \frac{130}{3,6} = 36,11\ \text{m/s} \qquad \Delta t_{130} = \frac{\Delta s}{v_{130}} = 138,46\ \text{s}$$

$$v_{90} = 90\ \text{km/h} = \frac{90 \cdot 1000}{3600} = \frac{90}{3,6} = 25\ \text{m/s} \qquad \Delta t_{90} = \frac{\Delta s}{v_{90}} = 200\ \text{s}$$

Finalmente possiamo calcolare la differenza dei tempi:

$$\Delta t_{90} - \Delta t_{130} = 200 - 138,46 = 61,54\ \text{s}$$

Viaggiando in tangenziale a 130 chilometri orari, il professore impiegherebbe 61,54 secondi in meno, che sono poco circa un minuto.
Dato che la durata del tragitto può variare anche di cinque minuti a seconda dei semafori rossi o verdi che si incontrano, andar forte in tangenziale renderebbe solo il viaggio più pericoloso e stressante.
E questo il prof lo sa benissimo!

Il decollo dell'aereo

moto uniformemente accelerato

Un aereo è in grado, partendo da fermo, di accelerare con un'accelerazione pari a 3,4 m/s^2. Sapendo che per decollare deve raggiungere la velocità di 320 chilometri orari, calcolare la lunghezza minima che deve avere la pista.

Analisi

Dal testo del problema sembra che l'areo mantenga un'accelerazione costante durante tutta la fase di rollaggio sulla pista di decollo: si tratta quindi di un moto uniformemente accelerato con partenza da fermo. La lunghezza della pista dipende dall'accelerazione perché una accelerazione più bassa richiederebbe una pista più lunga.

Svolgimento

La legge fisica che risponde alla domanda del problema è:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Abbiamo già l'accelerazione, mentre possiamo ricavare il tempo con la formula:

$$t = \frac{v}{a}$$

Procediamo con i calcoli, cominciando a ricavare la velocità in metri al secondo:

$$v = 320 \text{ km/h} = \frac{320 \cdot 1000}{3600} = \frac{320}{3,6} = 88,89 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{88,89}{3,4} = 26,14 \text{ s}$$

Adesso che abbiamo sia l'accelerazione che il tempo, possiamo ricavare lo spazio:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 3,4 \cdot 26,14^2 = 1,7 \cdot 683,5 = 1161,95 \text{ m}$$

Lo spazio necessario all'aereo per raggiungere la velocità di decollo è 1161,95 metri (che corrispondono a un chilometro e 162 metri), e questa sarà la lunghezza minima che deve avere la pista.

In realtà la pista verrebbe costruita molto più lunga, ovviamente.

Il vaso di fiori

moto uniformemente accelerato

Un vaso di fiori cade dalla ringhiera di un balcone alta 8 metri perché si rompe il supporto di metallo che lo sosteneva. Trascurando l'attrito, calcolare il tempo che passa dal momento in cui il vaso si stacca dalla ringhiera a quello in cui sbatte contro il marciapiede, e la velocità dell'impatto.

Analisi

Il vaso cade verticalmente attratto dalla forza di gravità terrestre. L'attrito che l'esercizio consiglia di trascurare è quello viscoso esercitato dall'aria: non considerarlo non è un grave errore, perché in una caduta così breve non influisce molto sul moto di un corpo massiccio come un vaso di fiori.

Per applicare le leggi del moto uniformemente accelerato sembra che manchi l'accelerazione, ma in realtà, (dato che la caduta avviene sicuramente sulla Terra), essa è nota.

Svolgimento

La formula che fa al caso nostro è una delle inverse della legge oraria del moto uniformemente accelerato:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}}$$

La possiamo subito applicare, conoscendo l'accelerazione di gravità terrestre:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 8}{9{,}81}} = \sqrt{1{,}63} = 1{,}28 \text{ s}$$

La velocità con cui il vaso colpisce il marciapiede è la velocità massima del suo moto di caduta, per cui basta applicare la formula:

$$v = a \cdot t = 9{,}81 \cdot 1{,}28 = 12{,}56 \text{ m/s}$$

Il vaso di fiori impiega quindi 1,28 secondi a cadere dalla ringhiera, e colpisce il suolo ad una velocità di 12,56 metri al secondo (che corrispondono a più di 45 chilometri all'ora).

Il fuoco d'artificio

moto uniformemente accelerato

Il regista di uno spettacolo pirotecnico ha bisogno di un razzo che, partendo da terra, porti un fuoco d'artificio ad un'altezza di 70 metri in esattamente 8 decimi di secondo.
Con quale accelerazione deve partire il razzo? Quale velocità raggiungerà in chilometri orari?

Analisi

Dato che il testo del problema non offre molti particolari, dobbiamo supporre che l'accelerazione del razzo rimanga costante durante il suo volo, che questo volo sia verticale, e che ovviamente parta da fermo.
Bisogna utilizzare le leggi orarie del moto uniformemente accelerato.

Risoluzione

L'accelerazione necessaria si potrebbe calcolare con una delle due formule:

$$a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \qquad\qquad a = \frac{v}{t}$$

Non abbiamo la velocità (è addirittura oggetto della seconda domanda), ma abbiamo sia lo spazio che il tempo. Possiamo utilizzare la prima formula, con il tempo opportunamente trasformato:

$$t = 8\ \text{ds} = \frac{8}{10} = 0{,}8\ \text{s}$$

$$a = \frac{2 \cdot 70}{0{,}8^2} = \frac{140}{0{,}64} = 218{,}75\ \text{m/s}^2$$

Ora che abbiamo l'accelerazione possiamo ottenere la velocità massima e trasformarla come richiesto in chilometri orari:

$$v = a \cdot t = 218{,}75 \cdot 0{,}8 = 175\ \text{m/s}$$

$$v = 175\ \text{m/s} = \frac{175 \cdot 3600}{1000} = 175 \cdot 3{,}6 = 630\ \text{km/h}$$

Il razzo deve avere una accelerazione pari a 218,75 metri al secondo quadrato, e quando raggiungerà l'altezza di 70 metri avrà una velocità di 630 chilometri all'ora.

La giostra

moto circolare uniforme

Una mamma porta il proprio bambino su una giostra, e lo mette su un cavallo della fila più esterna. Quando la giostra si mette a girare, la mamma vede suo figlio passare davanti a lei più volte, e le viene l'idea di cronometrare il tempo tra un passaggio e l'altro: misura 12 secondi e mezzo.
Una volta a casa, il marito chiede: "A che distanza era il cavallo dal centro della giostra?". "Saranno stati sei metri", risponde la donna. Il marito, allora, chiede "Sapresti calcolare a che velocità a che velocità andava nostro figlio? E qual'era la sua accelerazione?".

Analisi

Dato che il bambino era seduto in un posto fissato alla giostra, il suo era un moto circolare uniforme. Il tempo tra un passaggio e l'altro non è altro che il periodo, e la distanza dal centro è il raggio. L'accelerazione a cui si riferisce il (noioso) marito è quella centripeta tipica di ogni moto circolare.

Risoluzione

Possiamo subito applicare la legge del moto circolare uniforme:

$$v=\frac{2\cdot r\cdot \pi}{T}=\frac{2\cdot 6\cdot 3{,}14}{12{,}5}=\frac{37{,}7}{12{,}5}=3{,}02\ m/s$$

Calcoliamo adesso l'accelerazione centripeta:

$$a_c=\frac{v^2}{r}=\frac{3{,}02^2}{6}=\frac{9{,}1}{6}=1{,}52\ m/s^2$$

Dopo pochi minuti, la moglie risponde: "Nostro figlio viaggiava a circa 3 metri al secondo, che corrispondono a quasi undici chilometri all'ora), ed aveva un'accelerazione centripeta pari a 1,52 metri al secondo quadrato".
Il marito rimane a bocca aperta.

Il giradischi

moto circolare uniforme

Un quarantacinque giri sta girando su un giradischi, e la puntina è appoggiata esattamente a metà strada tra il centro e il bordo del disco. Sapendo che il disco ha un diametro di 26 centimetri, calcolare a che velocità la puntina striscia sulla superficie del disco.

Analisi

Questo è un tipico problema che sembra più complicato di quanto sia in realtà.

Il 45 giri è un disco di vinile che ruota, appunto, ad una frequenza di 45 giri al minuto. Ogni punto del disco si muove di moto circolare uniforme, e con le informazioni che abbiamo dovrebbe essere possibile calcolare il raggio e il periodo di questo moto.

Risoluzione

Cominciamo con modificare la frequenza, perché non è espressa in giri al secondo:

$$f = 45\ \text{giri/minuto} = \frac{45}{60}\ \text{giri/s} = 0{,}75\ \text{Hz}$$

Possiamo adesso ricavare facilmente il periodo di rotazione:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}75} = 1{,}33\ \text{s}$$

Per quanto riguarda il raggio, facciamo attenzione al fatto che abbiamo il diametro in centimetri, e che la puntina si trova a metà del raggio del disco.

$$r_{disco} = \frac{26}{2} = 13\ \text{cm} = \frac{13}{100} = 0{,}13\ \text{m}$$

$$r = \frac{r_{disco}}{2} = \frac{0{,}13}{2} = 0{,}065\ \text{m}$$

A questo punto abbiamo tutti gli “ingredienti” pronti, e possiamo calcolare la velocità:

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot 0{,}065 \cdot 3{,}14}{1{,}33} = \frac{0{,}41}{1{,}33} = 0{,}306\ \text{m/s}$$

La puntina scorre sul disco a circa 0,3 metri al secondo (30 centimetri al secondo).

La curva parabolica

moto circolare uniforme

Una pista da bob presenta una lunga curva parabolica di raggio 12 metri, molto inclinata verso l'interno. Per percorrerla correttamente, bisogna avere un'accelerazione centripeta pari a due volte quella di gravità.
A quanti chilometri orari si deve percorrere la curva?

Analisi

Dato che la curva è caratterizzata da un suo raggio, essa ha la forma di un arco di circonferenza. Mentre il bob percorre la curva la sua velocità non dovrebbe cambiare di molto, per cui possiamo supporre che segua un moto circolare uniforme.

Risoluzione

Partiamo dalla formula dell'accelerazione centripeta:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Nel nostro caso l'incognita è la velocità, e fortunatamente abbiamo a disposizione sia l'accelerazione che il raggio:

$$a_c = 3 \cdot g = 3 \cdot 9{,}81 = 29{,}43\ m/s^2$$

$$v = \sqrt{a_c \cdot r} = \sqrt{29{,}43 \cdot 12} = \sqrt{353{,}16} = 18{,}79\ m/s$$

Non ci rimane che calcolare il risultato nell'unità richiesta:

$$v = \frac{18{,}79 \cdot 3600}{1000} = 18{,}79 \cdot 3{,}6 = 67{,}65\ km/h$$

Il bob deve giungere alla curva parabolica a più di 67 chilometri orari.

Gli ingranaggi

moto circolare uniforme

Un appassionato di *bricolage* sta costruendo un meccanismo costituito da tre ingranaggi. Il primo ha un diametro di 3 cm ed è quello che muove la lancetta dei secondi di un orologio, a cui è collegato un secondo ingranaggio di diametro 2 cm; infine al secondo è collegato un terzo ingranaggio del diametro di 18 cm.

Calcolare il periodo e la frequenza con cui ruota il terzo ingranaggio.

Analisi

Quando due o più ingranaggi sono collegati in catena, il loro movimento rotatorio ha la stessa velocità tangenziale; è tramite questo dato che è possibile risalire al periodo (e alla frequenza) di ognuno, conoscendo la misura dell'ingranaggio. Dato che viene richiesto il calcolo riguardante solo il terzo, l'ingranaggio intermedio può essere ignorato: serve unicamente a trasmettere il movimento, probabilmente per fare in modo che l'ultimo ingranaggio ruoti nello stesso senso del primo.

Esiste un dato sottinteso: dato che il primo ingranaggio aziona la lancetta dei secondi di un orologio, il suo periodo di rotazione sarà di 60 secondi.

Risoluzione

Cominciamo subito con il ricavare la velocità tangenziale che accomuna gli ingranaggi:

$$d_1 = \frac{3}{100} = 0{,}03\ \text{m}$$

$$v_1 = v_3 = \frac{d_1 \cdot \pi}{T_1} = \frac{0{,}03 \cdot 3{,}14}{60} = 0{,}00157\ \text{m/s}$$

Possiamo adesso trovare il periodo del terzo ingranaggio:

$$d_1 = \frac{24}{100} = 0{,}24\ \text{m}$$

$$T_3 = \frac{d_3 \cdot \pi}{v_3} = \frac{0{,}24 \cdot 3{,}14}{0{,}00157} = 480\ \text{s}$$

A questo punto non è difficile calcolare la frequenza:

$$f_3 = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{480} = 0{,}0021\ \text{Hz}$$

Il terzo ingranaggio ruota con un periodo di 480 secondi (8 minuti), ad una frequenza di 0,0021 giri al secondo.