La teleferica

dilatazione termica lineare

Una teleferica di montagna è costituita da un cavo di acciaio ($\lambda = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$) di lunghezza 5,4 km. D'estate, la temperatura del cavo può passare dai 5 gradi di notte a 50 di giorno.
Di quanto può variare la lunghezza del cavo?

Analisi

La dilatazione termica di questo problema non ha un verso preciso (allungamento o accorciamento). La lunghezza totale è ovviamente approssimativa, e il Δl ha ovviamente un ordine di grandezza molto inferiore.
L'alta temperatura raggiunta di giorno è dovuta all'irraggiamento solare sul metallo.

Risoluzione

La differenza di temperatura può essere calcolata nel suo valore assoluto:

$$\Delta T = T_{max} - T_{min} = 50 - 5 = 45\ ^\circ C$$

La lunghezza totale del cavo va convertita in metri:

$$l_0 = 5{,}4\ km = 5400\ m$$

A questo punto possiamo calcolare la variazione di lunghezza:

$$\Delta l = l_0 \cdot \lambda \cdot \Delta T = 5400 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 45 = 291600 \cdot 10^{-5} = 2{,}916\ m$$

Il cavo della teleferica può variare la sua lunghezza anche di tre metri dal giorno alla notte.

La sbarra di alluminio

dilatazione termica lineare

Una sbarra di alluminio ($\lambda = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$) misura esattamente 38 centimetri, 6 millimetri e 3 decimi di millimetro alla temperatura di 20 gradi centigradi.
A quale temperatura la sbarra raggiunge la misura di 39 centimetri esatti?

Analisi

La sbarra si allunga per dilatazione termica; naturalmente, la temperatura deve aumentare, per cui dovremo ricavare il ΔT e sommarlo alla temperatura iniziale.

Risoluzione

Per calcolare la differenza di temperatura dobbiamo usare la formula inversa della dilatazione termica lineare:

$$\Delta T = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \lambda}$$

Calcoliamoci adesso il dato mancante, ossia l'allungamento. Dobbiamo prima convertire tutte le lunghezze in metri:

$$l_0 = 38\ \text{cm} + 6\ \text{mm} + 0{,}3\ \text{mm} = 0{,}38 + 0{,}006 + 0{,}0003 = 0{,}3863\ \text{m}$$

$$l_1 = 39\ \text{cm} = 0{,}39\ \text{m}$$

$$\Delta l = l_1 - l_0 = 0{,}3900 - 0{,}3863 = 0{,}0037\ \text{m}$$

A questo punto possiamo applicare la formula:

$$\Delta T = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \lambda} = \frac{0{,}0037}{0{,}3863 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-5}} = 0{,}00399 \cdot 10^5 = 399\ ^\circ C$$

Se la temperatura deve aumentare di 399 gradi, la temperatura finale sarà:

$$T_{max} = T_{min} + 399 = 20 + 399 = 419\ ^\circ C$$

La sbarra di alluminio raggiungerà la lunghezza di 39 centimetri alla temperatura di 419 gradi centigradi.

La bottiglia d'acqua

legge fondamentale della termologia

Una bottiglia da un litro e mezzo di acqua, dopo essere stata comprata al supermercato, è rimasta in macchina al caldo, ed ha raggiunto la temperatura imbevibile di 46 gradi centigradi. Se la mettiamo in frigo, quanta energia termica dovrà essere sottratta all'acqua perché raggiunga la temperatura di 15 gradi?

Analisi

Si tratta di una semplice applicazione della legge fondamentale della termologia. Per risolverlo, supponiamo che l'acqua sia pura: significa che ogni litro (decimetro cubo) ha una massa di un chilogrammo, e significa anche che ne conosciamo il calore specifico (4180 J/kg K).

Risoluzione

La legge fondamentale della termologia ha bisogno della differenza di temperatura: possiamo calcolarla in valore assoluto, dato che l'energia viene sottratta all'acqua.

$$\Delta T = T_{max} - T_{min} = 46 - 15 = 31\ ^\circ C$$

Possiamo già applicare la formula:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T = 1{,}5 \cdot 4180 \cdot 31 = 194370\ J$$

Il frigorifero dovrà sottrarre all'acqua quasi 200 chilojoule di calore, e ci metterà un bel po' di tempo.

Il lingotto misterioso

legge fondamentale della termologia

Ad un lingotto di metallo sconosciuto di massa 6 chilogrammi viene fornita una quantità di calore pari a 23 kJ. La temperatura dell'oggetto passa da 15 a 24 gradi centigradi.
Calcolare il calore specifico del metallo.

Analisi

Il calore specifico è la quantità di calore necessaria a far aumentare la temperatura di un chilogrammo di sostanza di un grado (centigrado o kelvin). Con la legge fondamentale della termologia possiamo risolvere velocemente questo problema.

Risoluzione

La formula inversa che ci serve è :

$$c=\frac{\Delta E}{m\cdot\Delta T}$$

Calcoliamo i dati necessari nella corretta unità di misura:

$$\Delta E=23\ \text{kJ}=23\cdot 1000=23000\ \text{J}$$

$$\Delta T=T_{max}-T_{min}=24-15=9\ ^{\circ}\text{C}$$

E' tutto pronto per calcolare il risultato:

$$c=\frac{\Delta E}{m\cdot\Delta T}=\frac{23000}{6\cdot 9}=\frac{23000}{54}=425{,}93\ \text{J/kg K}$$

Il calore specifico del metallo in questione vale circa 426 joule su chilogrammo kelvin, molto simile a quello del ferro.

Un paio di cose riguardanti l'unità di misura del calore specifico:

- il fatto che appaia il kelvin e noi abbiamo usato i gradi centigradi non ci deve confondere: una <u>differenza</u> di temperatura è uguale nelle due unità di misura;
- nell'unità di misura stessa è indicata (come spesso accade) la formula da usare per calcolare il risultato: energia fratto massa per ΔT.

Il termosifone

legge fondamentale della termologia

In un termosifone entrano ogni cinque minuti 4,5 litri di acqua a 73 gradi centigradi, e ne escono altrettanti più freddi: 58 gradi.

Quanto calore viene fornito dal termosifone in un'ora di funzionamento? E in un secondo?

In che modo il calore passa dall'acqua alla stanza in cui si trova il termosifone?

Analisi

Applicando la legge fondamentale della termologia, dobbiamo fare attenzione ad usare correttamente le unità di misura di tempo. Inoltre, useremo il dato sottinteso del calore specifico dell'acqua: 4180 J/kgK.

Risoluzione

Inizialmente, calcoliamo di quanti gradi si raffredda l'acqua:

$$\Delta T_{5minuti} = T_{max} - T_{min} = 73 - 58 = 15\ °C$$

L'acqua ha la massa di un chilogrammo ogni litro, per cui possiamo applicare direttamente la legge fondamentale della termologia:

$$\Delta E_{5minuti} = m \cdot c \cdot \Delta T = 4{,}5 \cdot 4180 \cdot 15 = 282150\ J$$

Quella appena calcolata è l'energia che viene persa dall'acqua nel termosifone in cinque minuti di tempo. Per rispondere alle domande successive bastano due semplici calcoli.

Infatti, un'ora è composta da 12 periodi da 5 minuti:

$$\Delta E_{1ora} = \Delta E_{5minuti} \cdot 12 = 282150 \cdot 12 = 3385800\ J$$

E un secondo è la trecentesima parte di cinque minuti:

$$\Delta E_{1secondo} = \Delta \frac{E_{5minuti}}{300} = \frac{282150}{300} = 940{,}5\ J$$

Il termosifone rilascia nella stanza un'energia termica pari a 440,5 joule al secondo, pari a 282150 J ogni 5 minuti o 3385800 J ogni ora.

Il calore viene disperso prima attraverso il contatto tra acqua e metallo, poi tra metallo e aria; infine viene diffuso per la stanza tramite il fenomeno della convezione.

La tazzina di caffè

equilibrio termico

In una tazzina ci sono 6 centilitri di caffè (c = 4186 J/kg K) alla temperatura di 68 gradi centigradi. Vengono aggiunti due cucchiaini da 5 grammi di zucchero (c = 1232 J/kg K) a temperatura ambiente (20 gradi). Una volta mescolato lo zucchero, quale temperatura raggiunge il caffè?

Analisi

È un caso di equilibrio termico, quello tra il caffè caldo e lo zucchero freddo. Di sicuro la temperatura del caffè diminuirà, anche se di poco: infatti sia il calore specifico che la massa dello zucchero sono minori di quelli del caffè.

Risoluzione

Anche se questo passaggio potrebbe essere saltato, calcoliamo le capacità termiche del caffè e dello zucchero nelle quantità indicate. Dato che non è stato fornito un valore particolare, supponiamo che la densità del caffè sia uguale a quella dell'acqua, per cui un centilitro corrisponde a un decagrammo

$$m_{caffè} = 6\text{ dag} = \frac{6}{100} = 0{,}06\text{ kg}$$

$$C_{caffè} = c_{caffè} \cdot m_{caffè} = 4186 \cdot 0{,}06 = 251{,}16\text{ J/K}$$

$$m_{zucchero} = 2 \cdot 5\text{ g} = \frac{2 \cdot 5}{1000} = \frac{10}{1000} = 0{,}01\text{ kg}$$

$$C_{zucchero} = c_{zucchero} \cdot m_{zucchero} = 1232 \cdot 0{,}01 = 12{,}32\text{ J/K}$$

Per trovare la temperatura di equilibrio possiamo tranquillamente usare i gradi centigradi, per cui possiamo già applicare la legge dell'equilibrio termico:

$$T_{eq} = \frac{C_c \cdot T_c + C_z \cdot T_z}{C_c + C_z} = \frac{251{,}16 \cdot 68 + 12{,}32 \cdot 20}{251{,}16 + 12{,}32} = \frac{17078{,}88 + 246{,}4}{251{,}16 + 12{,}32} = \frac{17325{,}28}{263{,}48} = 65{,}76\ ^\circ\text{C}$$

Il caffè zuccherato avrà una temperatura di 65,76 gradi: aggiungendo lo zucchero si è raffreddato di poco più di due gradi.