

Il montacarichi

potenza ed energia

Una carriola ai massa 32 kg viene caricata con tre sacchi da 25 kg di cemento. Con un montacarichi elettrico la carriola viene sollevata su un'impalcatura a 14 metri di altezza. Calcolare il lavoro compiuto dal montacarichi e la sua potenza, sapendo che solleva il carico in 16 secondi.

Analisi

Il lavoro è il prodotto tra la forza e lo spostamento parallelo; dato che la forza in gioco è verticale come lo spostamento perché il montacarichi fa una forza contraria alla forza di gravità, il problema è abbastanza semplice da risolvere, anche perché abbiamo a disposizione i dati necessari, espressi già nell'unità di misura fondamentale.

Risoluzione

Possiamo applicare direttamente la formula del lavoro, dopo aver ottenuto la massa sollevata dal montacarichi e la sua forza peso:

$$m = 32 + 3 \cdot 25 = 107 \text{ kg}$$

$$F_p = m \cdot g = 107 \cdot 9,81 = 1049,67 \text{ N}$$

$$L = F \cdot \Delta s = 1049,67 \cdot 14 = 14695 \text{ J}$$

La potenza è il lavoro fatto nell'unità di tempo:

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{14695}{16} = 918,46 \text{ W}$$

Il montacarichi compie un lavoro pari a 14695 joule, con una potenza di 918,46 watt.

La freccia rimbalzata

energia cinetica ed energia potenziale gravitazionale

Un arciere scocca una freccia da 120 grammi ad una velocità di 115 km/h. Dopo poco tragitto la freccia rimbalza sul tronco di un albero; un terzo della sua energia cinetica viene disperso in calore, mentre la freccia viene sbalzata verso l'alto in verticale.

Trascurando l'attrito con l'aria, a che altezza arriva la freccia prima di ricadere?

Analisi

Se la freccia raggiunge una certa altezza significa che la sua energia cinetica si trasforma in energia potenziale gravitazionale. Non tutta, però: solamente i due terzi di quella posseduta appena scoccata. Infatti in ogni urto c'è una inevitabile dispersione di energia sotto forma di calore.

I dati iniziale vanno convertiti nell'unità di misura fondamentale.

Risoluzione

Con la formula dell'energia potenziale gravitazionale l'altezza si calcola così:

$$h = \frac{E_p}{m \cdot g}$$

La massa è nota, anche se in grammi. Per l'energia, sappiamo che essa è pari ai due terzi di quella cinetica: cominciamo con quella.

$$v = \frac{115 \cdot 1000}{3600} = \frac{115}{3,6} = 31,94 \text{ m/s}$$

$$m = \frac{120}{1000} = 0,12 \text{ kg}$$

$$E_{c1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \cdot 0,12 \cdot 31,94^2 = 61,23 \text{ J}$$

Dopo l'urto con il ramo, l'energia diventa:

$$E_{c2} = E_{c1} \cdot \frac{2}{3} = 61,23 \cdot 0,6667 = 40,82 \text{ J}$$

La massima altezza è raggiunta quando tutta l'energia si trasforma, quindi $E_p = E_{c2}$:

$$h = \frac{E_p}{m \cdot g} = \frac{40,82}{0,12 \cdot 9,81} = 34,67 \text{ m}$$

La freccia raggiunge un'altezza di 34,67 metri, ovviamente misurati a partire dal punto in cui è avvenuto l'urto.

La scala mobile

energia potenziale gravitazionale, lavoro e potenza

All'ingresso di un centro commerciale, una scala mobile porta ad un'altezza di 8 metri una media di 25 persone al minuto. Considerando una massa media per persona di 70 kg, calcolare:

- il lavoro fatto dalla scala mobile in un'ora;
- la sua potenza;
- l'energia potenziale gravitazionale acquistata da ogni persona.

Analisi

Il lavoro della scala mobile è fatto in verticale, perché verticale è la forza che deve contrastare (la gravità).

Questa volta, analizzando il problema, conviene per comodità cominciare dall'ultima domanda, ricordando che tutto il lavoro fatto dalla scala diventerà in effetti energia potenziale gravitazionale.

Risoluzione

Cominciamo quindi a calcolare l'energia potenziale gravitazionale di ogni persona:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 70 \cdot 9,81 \cdot 8 = 5493,6 \text{ J}$$

Osserviamo tra l'altro che la formula che abbiamo appena usato non è altro che il calcolo del lavoro fatto, perché $m \cdot g$ è proprio la forza di gravità mentre h è lo spostamento verticale.

Calcoliamo il lavoro moltiplicando l'energia trovata per le persone sollevate in un'ora:

$$n_{\text{persone}} = 25 \cdot 60 = 1500$$

$$L_{\text{tot}} = E_p \cdot n_{\text{persone}} = 5493,6 \cdot 2500 = 8240400 \text{ J}$$

Per rispondere alla seconda domanda ci sono diverse strade; seguiamo quella seguita fino ad ora, utilizzando il lavoro compiuto in un'ora per calcolare la potenza:

$$P = \frac{L_{\text{totale}}}{\Delta t} = \frac{8240400}{60 \cdot 60} = \frac{8240400}{3600} = 2289 \text{ W}$$

In effetti la potenza è semplicemente il lavoro compiuto in un secondo.

La scala mobile compie in un'ora un lavoro di 8240400 joule, con una potenza di 2289 watt; ad ogni persona sollevata, essa fornisce un'energia potenziale gravitazionale di 5493,6 joule.